

# CÁLCULO - PRÁCTICA I - INTRODUCCIÓN

PEDRO FORTUNY AYUSO

En esta práctica trataremos rápidamente de la utilización de Matlab.

## 1. CUENTAS BÁSICAS

Matlab es un programa que trabaja con *vectores*, no con números. Se puede pensar que trabaja con *listas*, también (es este sentido, es lo mismo una lista que un vector). Esa es la manera natural de utilizarlo.

**1.1. Creación de listas.** Para crear listas hay dos comandos:

**linspace:** Con este se genera una lista de números entre dos valores, compuesta por una cantidad de elementos equidistribuidos:

```
linspace(a, b, n)
```

genera una lista de  $n$  números equidistribuidos entre  $a$  y  $b$ , comenzando en  $a$ . Pruébese.

**[a:s:b]:** Con esta construcción (los corchetes son opcionales) se genera una lista de números que empieza en  $a$ , termina en  $b$  (o lo más cerca posible antes de  $b$ ) y va de  $s$  en  $s$ . Pruébese.

Por ejemplo, para asignar a una variable  $x$  el vector de 200 valores entre  $-\pi$  y  $\pi$ , equidistribuidos, se escribe:

```
x = linspace(-pi, pi, 200);
```

(¿qué ha hecho el punto y coma?).

Mientras que para asignar a  $y$  el vector de valores entre  $-\pi$  y  $\pi$  yendo de 0,01 en 0,01, se escribe

```
y = -pi:.01:pi;
```

(¿qué ha hecho el punto y coma?).

Estas dos construcciones son tan comunes que no voy a repetirlas: se darán por supuestas de ahora en adelante.

**1.2. Operaciones elementales.** Asignemos a la variable  $x$  el vector de 300 componentes equidistribuidas entre  $-\pi$  y  $\pi$ :

```
x = linspace(-pi, pi, 300);
```

y calculemos, por ejemplo, el seno de cada uno de esos valores.

```
y = sin(x);
```

(no se ve nada, por el punto y coma). Si queremos ver el valor de  $y$ , quitemos el punto y coma:

---

Fecha: 19 de septiembre de 2011.

y

aparece una lista de 300 números, cada uno de ellos es el seno del valor de  $x$  correspondiente. Para asegurarnos, lo dibujamos:

```
plot(x,y);
```

Debe aparecer una ventana con una gráfica de la función seno. Lo que hemos hecho es *dibujar* (plot) el conjunto de pares  $(x, y)$  donde las  $x$  se toman del vector  $x$  y las  $y$  se toman del vector  $y$ .

Realizar los siguientes ejercicios:

1. Dibujar la gráfica de la función  $\exp(x)$  con  $x$  entre  $-5$  y  $5$ , y con saltos de  $0,03$  en  $0,03$ .
2. Dibujar la gráfica de la función  $x^2 - 3x + 1$ , con  $x$  entre  $-10$  y  $10$  y usando 300 puntos. ¿Qué pasa si se escribe  $x^2$ ? Que da un error.
3. Dibujar la gráfica de la función  $\tan(x)\cos(x)$  con  $x$  entre  $-2$  y  $2$  con saltos de  $0,025$ . ¿Qué pasa si se escribe  $\tan(x)*\cos(x)$ . Que da un error

**1.3. Los operadores con punto (.)** Como se debería haber visto en los ejemplos anteriores, *no se puede calcular  $x*x$*  (el producto de un vector consigo mismo) ni  $x^2$  (elevar al cuadrado), se produce un error. Esto es porque las operaciones que se hacen elemento a elemento requieren un  $.$  (punto).

Para multiplicar, dividir y elevar vectores *elemento a elemento* se ha de escribir un punto  $.$  antes de la operación.

```
a = linspace(-3, 3, 200); b = linspace(-4, 4, 200);
b = a * b ;% esto da un error
y = a .* b;% esto es lo correcto:  $a \times b$ 
u = a / b;% esto da un error
u = a ./ b;% correcto
v = a ^ 2;% error
v = a .^ 2;% correcto
```

Esto ha de quedar claro. Lo usaremos siempre. **SIEMPRE.**

## 2. FUNCIONES ANÓNIMAS

Pero es un lío trabajar siempre escribiendo todas las ecuaciones. Supongamos que tenemos que calcular muchas veces (o representar gráficamente) el polinomio  $P(x) = 321x^2 - 3x + 1$ , por la razón que sea. Lo que no vamos a hacer es repetirlo continuamente. Para eso se definen las *funciones anónimas*:

```
P = @(x) 321.*x.^2 - 3.*x + 1
```

Ahora  $P$  representa la función  $P(x)$ , el polinomio del que hemos hablado arriba y se puede hacer muy fácilmente:

- Representar  $P$  entre  $-5$  y  $5$  usando 300 puntos.

- Representar  $P$  entre  $-\pi$  y  $20$  con saltos de  $0,025$ .
- Calcular los valores  $P(3), P(0), P(2132)$ .

Las funciones anónimas pueden ser de una o varias variables. Por ejemplo,  $f(x, y) = xy - x^2 + y^3$  (atención a los puntos):

```
f = @(x,y) x.*y - x.^2 + y.^3;
```

Calcular  $f(1, 2), f(2, 0), f(-\pi, 7)$  es muy sencillo, ahora.

### 3. CÁLCULO SIMBÓLICO

Cuando se trata de hacer un cálculo simbólico (por ejemplo, límites, derivadas, integrales), es preciso especificarle a Matlab que estamos utilizando una variable simbólica.

Primero de todo: limpiemos los valores de las variables:

```
clear all;
```

(Ahora ni  $x$  ni  $y$  ni ninguna de las variables que hemos utilizado antes tienen valor alguno).

Calculemos, por ejemplo, el límite de  $(1 + \frac{1}{n})^n$  cuando  $n$  tiende a infinito (¿cuánto es esto?). Intentémoslo sin más:

```
limit((1+1./n).^n,n,inf)
```

( $\text{inf}$  es el símbolo de infinito en Matlab). Esto da un error porque Matlab *no sabe lo que es n*. Hay que indicarle que se trata de una variable simbólica:

```
syms n
```

Y ahora tratamos de repetir la instrucción:

```
limit((1+1./n).^n,n,inf)
```

Debe mostrar la respuesta  $\text{exp}(1)$ , que significa  $e$ , claro.

Pero no está restringido a límites en el infinito.

Calcúlense los siguientes:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x - \pi)^2}{\tan(x)^2}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) \log(1 - x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\pi} (\cos(x) - 1) \tan(x + \pi); \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^x; \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1}{x - 3}$$

Y, puestos a hacer cálculo simbólico, se pueden también derivar funciones muy sencillamente:

```
P =@(t) cos(t).*sin(t) - t.^3 + exp(t).*t
```

define una función anónima. La variable que se use es indiferente (igual que da lo mismo hablar de  $P(t)$  que de  $P(x)$  mientras tanto  $t$  como  $x$  “no signifiquen nada”).

Si ahora queremos calcular  $P'(u)$  (la derivada de  $P$  con respecto a  $u$ ) utilizamos una variable simbólica  $u$ :

```
syms u
```

y no tenemos más que derivar:

```
diff(P,u)
```

para calcular la derivada segunda,

`diff(P,u,2)`

la derivada tercera

`diff(P,u,3)`

etc.

#### 4. EJERCICIOS

1.- Dada la función

$$f(x) = \tan(x)x^3 - \cos(x) + \frac{x+1}{x^2+1},$$

se pide:

1. Definirla como función anónima.
2. Dibujarla entre  $-4$  y  $4$  usando 300 puntos.
3. Dibujarla entre  $-10$  y  $10$  con intervalos de 0,01.
4. Calcular el límite de  $f$  cuando  $x$  tiende a  $-\infty$ ,  $+\infty$ ,  $0$  y  $1$ .
5. Calcular su derivada, derivada segunda y derivada cuarta.

2.- Lo mismo para las siguientes funciones:

$$g(x) = \frac{\tan(x)}{\sin(x/2)}$$

$$h(u) = (e^u - 1) \log(|u| + ,01)$$

$$k(u) = u^3 - u^7$$

$$l(v) = \frac{v}{v^2 + 1}$$

$$m(t) = \frac{1}{t^4 + 1}$$

3.- Se pide dibujar, en la misma figura, las siguientes funciones (eligiendo el dominio y todo lo demás como se quiera):

$$f(x) = \sin(x) \cos(x), \quad g(x) = \exp(x)/10.$$

Y lo mismo (en otro dibujo) con

$$f(u) = u^2 - 2u + 1, \quad g(t) = \exp(-u)/10.$$

Para dibujar sobre la misma gráfica, se ha de usar `hold on`; Para limpiar la ventana gráfica, se ha de usar `clf`.

4.- Dibújense las 4 funciones del ejercicio anterior en una misma ventana gráfica, pero en distintas imágenes. Para ello, búsqese la ayuda de `subplot`. Cada función deberá tener dominio distinto.